

RECHERCHES PHYSIQUES SUR LA DIVERSE RÉFRANGIBILITÉ DES RAYONS DE LUMIERE.

PAR M. EULER.

I.

Lorsque les rayons de lumiere passent d'un milieu transparent dans un autre, leur réfraction n'est différente, qu'entant qu'ils nous présentent des couleurs différentes.

Cette proposition renferme le fondement de toutes les belles découvertes, dont la Physique est redevable à l'immortel *Newton*. Ce grand Philosophe s'est apperçu le premier, que les rayons du Soleil ne souffrent pas tous la même réfraction en passant d'un milieu transparent dans un autre ; d'où il a conclu, que les rayons du Soleil ne sont pas homogenes entr'eux, mais qu'il y en a de différentes especes, dont les uns souffrent une plus grande réfraction, & les autres une plus petite. Auparavant on s'est imaginé, que dans le passage d'un milieu dans un autre la réfraction de tous les rayons étoit la même, & que ce n'étoit que la différence des milieux, qui pût causer quelque changement dans la réfraction. Or M. *Newton* a observé de plus, que les rayons du Soleil, qui différent par rapport à la réfraction, nous présentent aussi des couleurs différentes ; & que ceux qui se rompent le moins en passant d'un milieu dans un autre, produisent constamment le sentiment de la couleur rouge, pendant que ceux

ceux qui souffrent la plus grande réfraction, paroissent violets. Les especes moyennes, à mesure qu'elles approchent plus, ou de la plus petite réfraction, ou de la plus grande, offrent à nos sens les couleurs orange, jaune, verte, & bleüe. Il s'ensuit donc de là bien évidemment, que la différence qui se trouve dans la réfraction des rayons du Soleil, provient de la diversité des couleurs, qni en sont représentées: & partant pour déterminer la réfraction, que les rayons subissent en passant d'un milieu dans un autre, il ne suffit pas de connoitre la qualité de ces deux milieux par rapport à la réfraction, mais il faut outre cela faire attention à l'espece des rayons, ou à la couleur qu'ils présentent. C'est donc la diversité des couleurs qui cause une différence dans la réfraction, les deux milieux demeurant les mêmes.

II.

Les rayons de lumiere étant excités dans les milieux transparens par un mouvement de vibration, le nombre de ces vibrations renduës dans un tems donné, selon qu'il est plus grand, oü plus petit, produit le sentiment des couleurs différentes.

Ceux qui soutiennent, que les rayons sont des émanations réelles, dardées des corps lumineux, cherchent la diversité des couleurs dans la différente grosseur des particules, qui en sont lancées. Mais ce sentiment étant assujetti à des difficultés insurmontables, on est réduit à reconnoitre, que la lumiere est produite de la même maniere que le son, par un mouvement de vibration excité dans les milieux transparens. Dans un tel mouvement on trouve trois choses à distinguer; la premiére est la force dont ces vibrations sont excitées, laquelle étant plus ou moins grande, la sensation sera plus ou moins vive: & on ne sauroit dire que la diversité des couleurs en dépend, vu que la même couleur peut être exprimée plus ou moins fortement. La seconde chose à remarquer dans les rayons est la vitesse, dont les vibrations sont transportées d'un lieu à un autre; on sait que cette vi-

viteſſe eſt presque incompréhenſible, venant du Soleil jusqu'à nous dans l'eſpace d'environ 8 minutes: or on ne ſauroit ſoutenir non plus, que les rayons de différentes couleurs euſſent des viteſſes différentes: puisqu'on ſait qu'un rayon conſerve toujours la même couleur, par quelque milieu qu'il paſſe, quoique ſa viteſſe y ſoit conſidérablement changée. La troiſième choſe regarde la fréquence des vibrations, ou le nombre qui eſt produit dans un tems donné: on voit bien que c'eſt une qualité inaltérable dans les rayons, & qui ne ſauroit être changée, ni par la réflexion, ni par la réfraction, puisqu'elle dépend uniquement de la premiere production dans le corps lumineux. Car, ſuppoſons que les particules de ce corps rendent 1000 vibrations dans une ſeconde, qui ſoient enſuite communiquées & transportées par des milieux quelconques, & à quelqu'endroit qu'on en reçoive l'impreſſion, on ſentira toujours 1000 vibrations dans une ſeconde. Il faut donc que la diverſité des couleurs conſiſte dans la différente fréquence des vibrations, de ſorte que le caractère de chaque couleur conſiſte dans un nombre déterminé de vibrations renduës dans un tems donné.

III.

Les nombres des vibrations renduës en même tems, qui conviennent aux rayons extrêmes du Soleil, c'eſt à dire, aux rouges & aux violets, différent moins entr'eux que ſelon la raiſon double, ou ſi le plus petit de ces deux nombres eſt $= n$, *le plus grand eſt moindre que* $2n$.

La reſſemblance, ou presque l'identité des ſons, qui différent entr'eux d'une octave, confirme cette propoſition, & il eſt très vraiſemblable, que deux rayons, dont la fréquence des vibrations de l'un eſt le double de celle de l'autre, produiſent à peu près le même effet, & excitent en nous le ſentiment de la même couleur: & nous ne jugeons les couleurs différentes, qu'entant que les nombres de vibrations renduës en tems égaux différent de la raiſon double. Donc, puisque nous ne remarquons point parmi les différens rayons du Soleil

des

des couleurs ſemblables, quoique d'une extrémité à l'autre toutes les fréquences intermédiaires ſe rencontrent; ſi nous poſons n pour le nombre des vibrations renduës dans un certain tems, qui convient aux rayons ſolaires, dont la fréquence eſt la plus petite, les nombres qui conviennent aux autres rayons ſeront tous moindres que $2n$. Or ce que je viens d'avancer devient encore plus évident par les expériences des lames transparentes fort minces, où l'on découvre quelques périodes de toutes les couleurs ſolaires. Où la lame eſt le plus mince, vers l'endroit où elle devient plus épaiſſe, on découvre les couleurs violette, bleüe, verte, jaune, orange, rouge; enſuite encore les mêmes couleurs dans le même ordre, qui ſe preſente après encore pour la troiſième & quatrième fois, quoique ces couleurs deviennent de plus en plus foibles, & enfin imperceptibles. De là il eſt très raiſonnable de conclure, que la même couleur revient toutes les fois, que les nombres de vibrations tombent dans la progreſſion geométrique double; & que les nombres qui tombent entre les termes de cette progreſſion répondent à des couleurs différentes. Or dans ces ſuites de couleurs le rouge eſt immédiatement ſuivi d'un ſecond violet, dont la fréquence par conſéquent eſt à la fréquence du premier violet en raiſon double: il faut donc que les fréquences du premier violet, & du premier rouge ſoient plus approchantes entr'elles qu'en raiſon double; & on voit auſſi que leur rapport ne s'écarte pas beaucoup de la raiſon double, puisque le ſecond violet eſt auſſi près du rouge, que celui-cy l'eſt du jaune qui le précede.

IV.

Or quoiqu'il ſoit certain, que les nombres de vibrations renduës en même tems, qui conviennent aux rayons rouges & violets du Soleil, ſoient inégaux entr'eux; il eſt encore douteux, lequel de ces deux nombres eſt le plus grand, ou le plus petit.

Soit ρ le nombre de vibrations renduës dans une ſeconde, dont les rayons rouges du Soleil ſont agités, & υ celui qui convient aux

ra-

rayons violets, & nous venons de voir, qu'il y a, ou $\varrho < 2ȣ$, ou $ȣ < 2\varrho$; mais il eſt encore douteux s'il y a $\varrho < ȣ$, ou $\varrho > ȣ$. Or, puisqu'on peut comparer les diverſes couleurs aux ſons aigus & graves, il eſt incertain, laquelle de ces deux couleurs extrèmes répond aux ſons graves ou aigus. Puisque les rayons rouges ſouffrent une moindre réfraction que les violets, il ſemble d'abord probable, que les rayons rouges renferment une plus grande fréquence de vibrations; car on ne ſauroit presque comprendre, comment une moindre fréquence pourroit diminuer la réfraction. Mais ſi nous conſidérons, que dans les lames minces, la couleur rouge paroit ſur une plus grande épaiſſeur que la violette du même ordre, il ſemble qu'on en doive conclure le contraire, vu qu'une corde plus groſſe acheve moins de vibrations en même tems qu'une plus mince. Cependant la comparaiſon d'une lame mince avec des cordes plus ou moins épaiſſes à l'égard du mouvement de vibration ne paroit pas trop juſte; il la faudroit plutôt comparer à une lame métallique fort étenduë, qui ne ſeroit pas également épaiſſe par-tout, & voir quels ſeroient les ſons qu'elle rendroit, étant frappée doucement en divers endroits: car, pour rendre le cas ſemblable, il faut frapper cette lame fort doucement, afin qu'elle n'en ſoit ébranlée qu'en un petit endroit; & alors on remarquera que les ſons ſeront différens, ſelon que la lame ſera plus ou moins mince à l'endroit, où l'on la frappe. Or, ſi l'on ſe peut fier à quelques expériences groſſières, on ne ſauroit douter, qu'une telle lame ne rendit un ſon plus aigu, étant frappée là où ſon épaiſſeur eſt plus grande; d'où l'on peut conclure, que la lame mince transparente rend des vibrations plus fréquentes là, où elle eſt moins mince. Par cette raiſon on pourra bien ſoutenir, que le nombre ϱ eſt plus grand que $ȣ$, comme la premiere raiſon ſembloit le prouver: mais les réflexions ſuivantes confirmeront encore davantage ce ſentiment, avec lesquelles le ſentiment oppoſé ne ſauroit ſubſiſter en aucune maniere.

V. Si

V.

Si dans le paſſage des rayons ſolaires d'un milieu transparent A *dans un autre* B, *la raiſon du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction eſt pour les rayons rouges comme* r *à* 1, *& pour les rayons violets comme* v *à* 1, *le nombre* v, *eſt toujours une certaine puiſſance du nombre* r, *dont l'expoſant eſt environ* $1\frac{4}{133}$.

Il eſt certain que, quelque différens que ſoient les deux milieux A & B, le nombre v eſt une certaine fonction du nombre r, qui en ſera déterminée toujours de la même maniere. Je dis donc que cette fonction eſt une puiſſance, dont l'expoſant eſt conſtant & environ $= 1\frac{4}{133}$, de ſorte que ſi nous poſons $\mu = 1\frac{4}{133}$, il y ait $v = r^{\mu}$. Et partant, quoique les deux nombres r & v différent ſelon la diverſité des deux milieux A & B, la raiſon de leurs logarithmes, ou la fraction $\frac{lv}{lr}$, obtient toujours une valeur conſtante $= \mu = 1\frac{4}{133}$. C'eſt ſur ce principe que j'avois fondé la méthode de perfectionner en ſorte les verres objectifs, que la diverſe réfrangibilité des rayons n'y cauſe plus de confuſion; & lorsqu'on m'eut objecté, que ce n'étoit pas la fraction $\frac{lv}{lr}$, mais plutôt celle-cy $\frac{v-1}{r-1}$, dont la valeur demeuroit conſtante, j'ai démontré que ce dernier ſentiment impliquoit une contradiction ouverte, & qu'aucune autre rélation entre les nombres r & v que $v = r^{\mu}$, ou $\frac{lv}{lr} = \mu = \frac{137}{133}$ ne ſauroit ſubſiſter avec la vérité. Donc, puisque $v > r$, tandis que ſelon les raiſons alléguées on peut ſuppoſer $\vartheta < \varrho$, il s'enſuit que, plus la fréquence de vibrations, qui convient à un rayon, eſt petite, & plus ſera grande la réfraction. Or nous avons

vu que $\upsilon > \frac{1}{2}\rho$, mais qu'il approche fort de $\frac{1}{2}\rho$; donc, s'il étoit $\upsilon = \frac{1}{2}\rho$, auquel cas résulteroit le rouge du second ordre, l'exposant μ de l'équation $v = r^{\mu}$ deviendroit plus grand que $\frac{1}{2}\frac{3}{3}\frac{1}{3}$; & partant il seroit environ, ou $\frac{8}{7}$, ou $\frac{7}{6}$. Donc, si pour la couleur rouge du second ordre, qui ne se trouve plus dans les rayons du Soleil, on met ρ' pour la fréquence des vibrations & $r' : 1$ pour la raison de réfraction, on aura $\rho' = \frac{1}{2}\rho$, & $\frac{lr'}{lr} = \frac{7}{6}$ à peu près. Mais de là on ne sauroit encore conclure, comment la réfraction se tiendra poür les rouges du troisième ordre & des suivans, ce que la suite nous fera connoitre.

VI.

Quelle que soit la réfraction, lorsque les rayons passent du milieu A *dans le milieu* B, *le sinus d'incidence est toujours au sinus de réfraction, comme la vitesse dont les rayons traversent le milieu* A, *est à celle dont ils traversent le milieu* B.

Les rayons de chaque espece, qui sont transmis par un milieu transparent homogène, s'y meuvent avec une certaine vitesse, qui dépend tant de la qualité du milieu, que de la nature ou fréquence des rayons, comme je le prouverai tout à l'heure plus amplement: & tant qu'un rayon se meut dans le même milieu, son mouvement est uniforme, & sa vitesse aura un certain rapport à celle dont les rayons traversent l'éther. Dans un même milieu le mouvement des rayons se fait suivant des lignes droites, & leur direction ne change qu'entant que la vitesse est variée, ce qui arrive lorsque les rayons passent d'un milieu dans un autre, où leur vitesse est changée. Or ce changement de direction, ou la réfraction, dépend aussi de l'obliquité, sous laquelle les rayons entrent dans l'autre milieu, ou de l'angle que leur direction fait avec la perpendiculaire sur la surface qui sépare les deux milieux, de sorte que sous toutes les différentes obliquités la raison

ſon des ſinus des angles, que tant le rayon incident que le rompu font avec ladite perpendiculaire, demeure toujours la même. Soit donc, $m:n$ cette raiſon, qu'un rayon en paſſant du milieu A dans le milieu B obſerve dans ſa réfraction, & je dis que cette même raiſon eſt celle des viteſſes du rayon dans les milieux A & B. C'eſt par ce principe qu'on explique le plus naturellement la réfraction, comme je l'ai fait voir dans mon *Mémoire* ſur la Théorie de la lumiere & des couleurs. Ainſi, puisque les rayons rouges ſolaires, en entrant de l'air dans le verre, ſont rompus ſelon la raiſon de 77 à 50, il en faut conclure que la viteſſe dont ces rayons traverſent l'air, eſt à celle dont ils traverſent le verre, comme 77 à 50: & puisque les rayons violets ſolaires ſont rompus dans le même paſſage ſelon la raiſon 78 à 50, la viteſſe de ces rayons dans l'air ſera à celle dans le verre comme 78 à 50. Par conſéquent les rayons rouges & violets ſe meuvent avec des viteſſes inégales, ou dans l'air, ou dans le verre, ou dans tous les deux: & c'eſt qu'il faut examiner plus ſoigneuſement.

VII.

La viteſſe, dont chaque rayon ſe meut par un milieu transparent homogène, dépend non ſeulement de la nature du milieu, mais auſſi de la fréquence des vibrations, qui forment le rayon.

Ayant vu que, dans le paſſage des mêmes milieux, la réfraction varie un peu dans les rayons de différentes eſpeces, il faut que la viteſſe, dont les rayons traverſent le même milieu, diffère un peu ſelon la nature des rayons. La viteſſe d'un rayon ne dépend donc pas uniquement de la nature du milieu, c'eſt à dire, de la facilité, ou difficulté, dont les rayons ſont transmis; mais la nature du rayon même, ou la fréquence des vibrations, y influe auſſi pour quelque part; quoique cette altération ſoit fort petite par rapport à celle qui provient de la diverſité des milieux. Selon la maniere dont on enviſage ordinairement la transmiſſion de la lumiere par un milieu transparent, il ſemble que la viteſſe devroit dépendre uniquement de la denſité & élas-

élaſticité du milieu, de même qu'on croit que tous les ſons, tant aigus que graves, ſe transmettent par l'air avec la même rapidité. Cependant il ne paroit pas peu probable, que la pourſuite des vibrations ſuivantes puiſſe accélérer tant ſoit peu la viteſſe des vibrations précedentes, de ſorte que, plus la fréquence des vibrations eſt grande, & plus auſſi la viteſſe par le même milieu en ſera accélérée. Ce ſentiment ſe confirme par ce, qu'on trouve par la théorie une moindre viteſſe pour la propagation du ſon par l'air, qu'on n'en obſerve actuellement, de ſorte qu'il ſemble que ce ſurcroit de viteſſe vient uniquement de la pourſuite ſucceſſive des vibrations. Or, quelle qu'en ſoit la cauſe, le phénomene étant ſuffiſamment conſtaté, on ne ſauroit plus douter, que la ſucceſſion des vibrations ne ſoit capable d'augmenter un peu la viteſſe; & partant il faut bien diſtinguer la viteſſe, dont une ſuite de vibrations ſucceſſives eſt transmiſe par un milieu, de la viteſſe dont un ſeul battement ſeroit transporté par ce même milieu; celle-là étant plus grande que celle-cy. Or il eſt évident que la viteſſe d'un ſeul battement dépend uniquement de la nature du milieu, à la place de laquelle il ſera donc permis de ſubſtituer la viteſſe d'un battement ſolitaire, entant que la nature du milieu entre dans la détermination de la viteſſe des rayons.

VIII.

Si l'on poſe a *pour la viteſſe, dont un battement ſolitaire ſeroit transporté par un milieu transparent* A, *&* *que pour un rayon propoſé le nombre des vibrations renduës dans une ſeconde ſoit* $= n$, *la viteſſe dont ce rayon ſera transmis par le milieu* A *doit être regardée comme une certaine fonction des deux quantités* a *&* n.

Nous ſavons bien que la viteſſe du rayon propoſé par le milieu A dépend, d'un côté de la nature du milieu, ou ce qui revient au même, de la viteſſe dont un battement ſolitaire ſeroit transmis par ce même milieu, & d'un autre côté de la fréquence des vibrations qui conſti-

ſtituent la nature du rayon, ou du nombre n: mais nous ne ſavons pas encore de quelle maniere ces deux quantités a & n concourent à produire l'expreſſion, qui marque la véritable viteſſe du rayon. Elle ſera donc une certaine fonction de a & n, que j'indiquerai par $f:(a,n)$, dont la compoſition nous eſt encore inconnuë. Cependant nous connoiſſons déjà quelques propriétés de cette fonction, dont la premiere eſt, que lorsque n évanouït, la valeur de la fonction doit devenir $= a$, puisqu'alors la fréquence des vibrations étant réduite à rien, la viteſſe doit être la même, que ſi un battement ſolitaire ſeroit transmis. Enſuite il eſt auſſi certain que, plus le nombre n ſera grand, plus auſſi doit devenir grande la fonction $f:(a,n)$; puisqu'il n'eſt pas vraiſemblable, qu'une plus grande fréquence, ou les vibrations ſuivantes ſauroient diminuer la viteſſe: il ſemble plutôt très raiſonnable, que ſi les vibrations ſuivantes ſont capables d'altérer la viteſſe des précédentes, cette altération doit conſiſter dans une accélération. Enfin il n'y a aucun doute, que la fréquence n demeurant la même, la viteſſe du rayon, ou la fonction $f:(a,n)$, ne ſoit d'autant plus grande, plus la viteſſe d'un battement ſolitaire a ſera grande. Or je prends ici a pour une quantité proportionnelle à la viteſſe d'un ſeul battement, ſans me mettre encore en peine de la détermination abſoluë, ou de l'unité à laquelle on la doit rapporter: mais pour en avoir la valeur abſoluë, on n'a qu'à concevoir un tel milieu, par lequel la viteſſe d'un battement ſolitaire ſeroit exprimé par l'unité, & nous verrons dans la ſuite, que l'éther même doit être pris pour ce milieu.

IX.

Qu'on conçoive deux milieux transparens A *&* B, *par lesquels les viteſſes d'un battement ſolitaire ſoient* a *&* b, *& que la fréquence d'un rayon, ou le nombre des vibrations renduës dans une ſeconde ſoit* $=$ n: *& lorsque ce rayon paſſe du milieu* A *dans le milieu* B, *le ſinus d'incidence ſera au ſinus de réfraction comme* $f:(a,n)$ *à* $f:(b,n)$.

La viteſſe du rayon, dont nous ſuppoſons le nombre de vibrations renduës par ſeconde $= n$, eſt dans le milieu A $= f:(a,n)$, & dans le milieu B $= f:(b,n)$; la lettre f étant la marque d'une certaine fonction, dont la compoſition eſt la même dans l'une & l'autre formule. Or nous avons vu, que dans le paſſage d'un rayon par ces deux milieux la raiſon du ſinus d'incidence à celui de réfraction eſt la même que celle des viteſſes, & partant cette raiſon ſera comme $f:(a,n)$ à $f:(b,n)$. Quoique le raiſonnement, qui m'a conduit à cette propoſition, ſoit en partie fondé ſur la théorie, on en peut entièrement écarter cette conſidération, ſans avoir égard, ni aux viteſſes d'un battement ſolitaire par les deux milieux, ni à la fréquence des vibrations, qui conſtituent le rayon. On dira alors que les lettres a & b marquent des quantités appartenantes uniquement aux milieux A & B, & la lettre n une quantité, qui répond à la nature du rayon; de ſorte que chaque milieu A a une quantité a qui lui eſt propre, & chaque eſpece de rayons une quantité n qui lui eſt propre; ſans déterminer que la premiere marque la viteſſe d'un battement ſolitaire, & la ſeconde la fréquence. Enſuite, ayant trouvé par l'expérience, que la réfraction varie non ſeulement par rapport à la diverſité des milieux, mais auſſi par rapport aux diverſes eſpeces des rayons; il eſt certain que le ſinus d'incidence ſera à celui de réfraction, comme une certaine fonction des quantités a & n, à une ſemblable fonction des quantités b & n, c'eſt à dire comme $f:(a,n)$ à $f:(b,n)$. Voyons donc ſi l'expérience eſt ſuffiſante pour nous conduire à la connoiſſance de la compoſition, dont ces fonctions ſont formées.

X.

Si ϱ marque la fréquence des rayons rouges ſolaires, & υ celle des rayons violets, ou bien le nombre des vibrations renduës par ſeconde, & quel que ſoit le milieu, dans lequel ces rayons ſe meuvent, le logarithme de la viteſſe des rayons rouges ſera au logarithme de la viteſſe des rayons violets toujours en raiſon conſtante, comme 133 *à* 137.

Con-

Confidérons deux milieux A & B, que les rayons traverfent; & que a foit la viteſſe d'un battement folitaire par le milieu A, & b celle par le milieu B. De là la viteſſe des rayons rouges par le milieu A fera $= f:(a,\varrho)$ & par le milieu B $= f:(b,\varrho)$; mais la viteſſe des rayons violets par le milieu A $= f:(a,ȣ)$ & par le milieu B $= f:(b,ȣ)$. Donc, dans le paſſage du milieu A dans le milieu B, le finus d'incidence fera à celui de réfraction

pour les rayons rouges comme $f:(a,\varrho)$ à $f:(b,\varrho)$
pour les violets - - comme $f:(a,ȣ)$ à $f:(b,ȣ)$

Rapportons ici ce qui eſt dit dans l'article V, & nous aurons:

$$r = \frac{f:(a,\varrho)}{f:(b,\varrho)} \quad \& \quad v = \frac{f:(a,ȣ)}{f:(b,ȣ)},$$

or nous avons démontré cette propriété $\frac{lv}{lr} = \frac{137}{133}$, d'où il s'enfuit:

$$\frac{lf:(a,ȣ) - lf:(b,ȣ)}{lf:(a,\varrho) - lf:(b,\varrho)} = \frac{137}{133},$$

& cette égalité doit fubfifter, quelques valeurs que puiſſent avoir les quantités a & b; d'où il faut qu'il foit féparément

$$\frac{lf:(a,ȣ)}{lf:(a,\varrho)} = \frac{137}{133} \quad \& \quad \frac{lf:(b,ȣ)}{lf:(b,\varrho)} = \frac{137}{133}.$$

Donc le logarithme de la viteſſe des rayons rouges par un milieu quelconque eſt au logarithme de la viteſſe des rayons violets par le même milieu, comme 133 à 137; ce qui n'eſt pas contraire à ce que j'ai dit, que la viteſſe des rayons rouges étoit plus grande que celle des violets, quoique le logarithme de celle-là foit plus petit que le logarithme de celle-cy: puisqu'on fait que les logarithmes des nombres moindres que l'unité, font d'autant plus grands, plus les nombres font petits.

XI.

Si un rayon, dont le nombre de vibrations renduës par feconde eſt $=$ n, *fe meut dans un milieu* A, *où la viteſſe d'un battement foli-*

taire seroit $= \mathrm{a}$, *la fonction* $\mathrm{f}:(\mathrm{a},\mathrm{n})$, *qui exprime la vitesse de ce rayon dans ce milieu, aura une telle forme, que son logarithme sera le produit d'une fonction de* a *par une fonction de* n.

Puisque nous venons de voir, qu'il y a $\frac{lf:(a,ȣ)}{lf:(a,\varrho)} = \frac{137}{133}$, & que cette égalité doit toujours subsister, de quelque densité que puisse être le milieu A, ou la quantité a qui en dépend; il est évident que dans les expressions $lf:(a,ȣ)$ & $lf:(a,\varrho)$ les termes, qui renferment la quantité a, doivent être détruits par la division, de sorte que le quotient ne contienne plus que les nombres $ȣ$ & ϱ. Or cela ne sauroit arriver, à moins que $lf:(a,ȣ)$ ne fut un produit d'une fonction de a, qui soit $\pi:a$, & d'une fonction de $ȣ$ qui soit $\varphi:ȣ$; de sorte que nous ayons:

$$lf:(a,ȣ) = \pi:a\,.\,\varphi:ȣ \quad \& \quad lf:(a,\varrho) = \pi:a\,.\,\varphi:\varrho,$$

où π & φ sont les marques de certaines fonctions, dont la composition est encore inconnuë. Donc, en général si un rayon, dont le nombre de vibrations renduës par seconde est $= n$, se meut dans un milieu A, où la vitesse d'un battement solitaire seroit $= a$, la vitesse de ce rayon, ou la fonction $f:(a,n)$, sera toujours exprimée en sorte qu'il y ait:

$$lf:(a,n) = \pi:a\,.\,\varphi:n;$$

& partant en prenant e pour le nombre, dont le logarithme hyperbolique est $= 1$, cette vitesse même sera exprimée en sorte

$$f:(a,n) = e^{\pi:a\,.\,\varphi:n}.$$

Ayant donc tant pour les rayons rouges que pour les violets

$$lf:(a,ȣ) = \pi:a\,.\,\varphi:ȣ \quad \& \quad lf:(a,\varrho) = \pi:a\,.\,\varphi:\varrho,$$

entre les fonctions de $ȣ$ & de ϱ cette proportion aura toujours lieu, qu'il y ait $\frac{\varphi:ȣ}{\varphi:\varrho} = \frac{137}{133}$. Par conséquent si $\varrho > ȣ$, comme nous

avons

avons lieu de ſoupçonner, les fonctions $\phi : \varrho$ & $\phi : \aleph$ ſont telles que $\phi : \varrho < \phi : \aleph$; de ſorte qu'en général la fonction $\phi : n$ croit ou décroit, pendant que le nombre n diminuë ou augmente.

XII.

Etant parvenu à cette formule $e^{\pi a . \phi n}$ *pour exprimer la viteſſe d'un rayon, dont le nombre des vibrations renduës par ſeconde eſt* $= n$, *dans un milieu, où un battement ſolitaire auroit la viteſſe* $= a$, *je dis que la fonction* $\pi : a$ *eſt* $= l a$, *& que* $\phi : n$ *eſt une telle fonction de* n, *qui devient égale à l'unité, lorsque le nombre* n *eſt pris fort petit.*

La viteſſe du rayon propoſé ayant été trouvée $= e^{\pi : a . \phi : n}$ j'ai déjà remarqué, que ſi la fréquence ou le nombre n évanouïſſoit, ou qu'il devint ſeulement très petit, la viteſſe devroit ſe réduire à celle d'un battement ſolitaire, qui eſt ſuppoſée $= a$. Dans ce cas donc où le nombre n eſt très petit, ou évanouïſſant, il faut qu'il devienne $e^{\pi : a . \phi : n} = a$, ou $\pi : a . \phi : n = l a$.
Or ſuppoſant n évanouïſſant, ou très petit, la fonction $\phi : n$ obtiendra une valeur conſtante, laquelle peut être ſuppoſée $= 1$, puisqu'il ne s'agit que de la proportionalité; poſons donc

$$\phi : n = 1 + F : n,$$

où $F : n$ ſoit une telle fonction de n, qui évanouïſſe, lorsque le nombre n eſt pris égal à zero; auquel cas nous aurons par conſéquent $\pi : a = l a$. Donc ſi un rayon, dont le nombre de vibrations renduës dans une ſeconde eſt $= n$, ſe meut dans un milieu, où un battement ſolitaire auroit la viteſſe $= a$, ſa viteſſe ſera exprimée en ſorte:

$$e^{l a . (1 + F : n)} = a^{1 + F : n},$$

& partant la compoſition de cette fonction, que nous avons d'abord marquée par $f : (a, n)$, nous eſt déjà presque entièrement connuë,

 il

il ne reste plus qu'à savoir quelle fonction de n est marquée par $F:n$. Or nous savons aussi, que si nous mettons pour n les nombres ϱ & ϑ qui conviennent aux rayons rouges & violets du Soleil, il faut qu'il soit

$$\frac{1 + F:\vartheta}{1 + F:\varrho} = \tfrac{137}{133}, \quad \text{ou} \quad 133\,F:\vartheta - 137\,F:\varrho = 4,$$

& partant $1 + F:\vartheta$ sera plus grand que $1 + F:\varrho$, quoiqu'il soit vraisemblablement ϑ moindre que ϱ.

XIII.

Lorsque l'éther est le milieu transparent, par lequel les rayons se meuvent, la vitesse qui y conviendroit à un battement solitaire sera exprimée par l'unité: & tous les rayons, de quelque espece qu'ils soient, sont transmis par l'éther avec la même vitesse.

La lettre a n'a marqué jusqu'ici qu'une quantité proportionnelle à la vitesse, dont un battement solitaire feroit transmis par le milieu A; mais après les réductions, que la considération des expériences nous a fournies, la lettre a exprime un nombre qui se rapporte à une certaine unité; & on peut concevoir un milieu, soit qu'il existe ou non, où la vitesse d'un battement solitaire seroit exprimée par l'unité. Ce milieu, auquel répond $a = 1$, aura donc cette propriété remarquable, que tous les rayons, quelque différens qu'ils soient, le traversent avec la même vitesse: pendant que par tous les autres milieux la vitesse des rayons se trouve altérée par la diversité de leur espece, ou fréquence. Nous voyons donc que, nonobstant le principe général, que la vitesse des rayons dépend non seulement de la nature du milieu, mais aussi de leur propre espece; on doit accorder la possibilité d'un tel milieu transparent, où la diversité des rayons ne change rien dans leur vitesse; & on a lieu de soutenir que l'éther est ce même milieu. Car, si pour l'éther la valeur de a n'étoit pas $= 1$, les différens rayons seroient transmis avec des vitesses inégales, & la moindre inégalité devroit produire cet effet, que dans une Eclipse totale de

So-

Soleil, tant les derniers rayons qui précedent l'obſcuration totale, que les premiers, qui la ſuivent, ſeroient colorés, & le même phènomene ſe devroit appercevoir dans les Eclipſes des Satellites de Jupiter. Or, quelques peines que les Aſtronomes ſe ſoient données pour examiner cette conſéquence, ils n'ont pu découvrir le moindre changement dans la couleur des rayons; d'où il faut abſolument conclure, que tous les rayons ſe meuvent dans l'éther avec la même viteſſe, laquelle doit être priſe dans notre formule pour l'unité. Donc, ſi pour tout autre milieu le nombre a exprime la viteſſe d'un ſeul battement, il faut concevoir, que cette viteſſe eſt à celle dont tous les rayons ſe meuvent dans l'éther, comme a eſt à 1; ce qui nous fournit pour chaque milieu une valeur déterminée pour le nombre a.

XIV.

Pour tous les autres milieux la quantité a, *qui leur répond, eſt moindre que l'unité, ou la viteſſe d'un battement ſolitaire par ces milieux eſt moindre que la viteſſe, dont les rayons traverſent l'éther.*

Cela eſt clair de ce, que les rayons qui paſſent de l'éther dans un autre milieu transparent quelconque A, ſont rompus vers la perpendiculaire, de ſorte que le ſinus d'incidence eſt plus grand que le ſinus de réfraction. Donc, cette raiſon étant la même que celle de la viteſſe des rayons dans l'éther à leur viteſſe dans ce milieu A, il s'enſuit que la viteſſe de chaque rayon dans l'éther, qui eſt exprimée ici par l'unité, eſt plus grande que leur viteſſe dans le milieu A; ce qui eſt auſſi très naturel, vu que les rayons ſouffrent dans un tel milieu quelque obſtacle, qui en doit diminuer la viteſſe, & on tient que plus un milieu eſt denſe, ſelon la denſité optique, & plus la viteſſe de la lumiere y eſt retardée. Ainſi la viteſſe des rayons dans l'air eſt tant ſoit peu plus petite que dans l'éther ou dans le vuide, & cela à peu près dans la raiſon de 3400 à 3401, comme on peut conclure de la réfraction du vuide dans l'air. Dans l'eau la viteſſe des rayons eſt encore moindre, & elle diminuë d'avantage dans l'eſprit de vin, le verre,

re, & le diamant, où elle eſt apparemment la plus petite. Soit donc a la viteſſe d'un battement ſolitaire dans le milieu A, & la viteſſe d'un rayon quelconque ſera encore plus grande; celle-cy étant donc plus grande que a, à plus forte raiſon en doit-on conclure que $a < 1$. Soit de plus n le nombre de vibrations renduës par ſeconde, qui convient au rayon, & ſa viteſſe dans le milieu A ſera $= a^{1 + F:n}$: donc il faut qu'il ſoit $a^{1+F:n} > a$, ou $a^{F:n} > 1$. Or puiſque $a < 1$, une puiſſance de a ne ſauroit être plus grande que l'unité, à moins que ſon expoſant ne ſoit un nombre négatif. De là nous tirons donc cette concluſion, que la valeur de la fonction F : n eſt négative: mais il faut auſſi que cette fonction évanouïſſe lorſqu'on met $n = 0$. Et partant la plus ſimple forme, que cette fonction pourroit avoir eſt $F:n = -\alpha n$, ou plus généralement on pourroit mettre $F:n = -\alpha n^{\lambda} - \beta n^{\mu}$ &c.

XV.

De là il s'enſuit que les rayons rouges ſolaires conſiſtent en un plus grand nombre de vibrations renduës dans une ſeconde, que les violets, & partant, ſi nous comparons les rayons rouges à un certain ſon, les violets répondront à un ſon plus grave, & cela presque d'une octave.

J'ai déjà allégué des raiſons, pourquoi la fréquence dans les rayons rouges du Soleil paroit plus grande que dans les violets, & je pourrois ajouter que le grand *Newton* étoit du même ſentiment, ayant comparé la couleur rouge au plus haut ton d'une octave, & la violette au plus bas. Mais à préſent ce même ſentiment ſe trouve confirmé indubitablement par la formule, que je viens de découvrir. Car, ſoit ϱ la fréquence des vibrations pour les rayons rouges, & ϑ pour les violets, & ayant trouvé $\frac{1 + F:\vartheta}{1 + F:\varrho} = \frac{137}{135}$, il eſt évident que $F:\vartheta > F:\varrho$. Or ces fonctions ſont des quantités négatives, comme nous

nous venons de voir: donc posant $F:\vartheta = -\alpha\vartheta$ & $F:\varrho = -\alpha\varrho$, ou plus généralement $F:\vartheta = -\alpha\vartheta^{\lambda}$ & $F:\varrho = -\alpha\varrho^{\lambda}$, nous aurons $-\alpha\vartheta^{\lambda} > -\alpha\varrho^{\lambda}$, par conséquent $\varrho^{\lambda} > \vartheta^{\lambda}$, ou $\varrho > \vartheta$; & la même conclusion se trouveroit, si l'on prenoit pour ces fonctions des expressions plus générales, mais qui fussent négatives & évanouïssantes aux cas $\varrho = 0$, $\vartheta = 0$. Il est donc à présent hors de doute que $\varrho > \vartheta$, ou que les rayons rouges du Soleil contiennent un plus grand nombre de vibrations renduës par seconde que les violets. Cependant je ne voudrois pas égaler l'intervalle de ces deux couleurs à celui d'une octave, & mettre $\varrho = 2\vartheta$, comme *Newton* l'a fait; puisque ces deux couleurs sont trop différentes, pour qu'on les pût comparer à deux sons, qui différent d'une octave. Aussi les expériences faites sur les lames minces, qui présentent à la fois une plus longe suite de couleurs, offrent après la couleur violette immédiatement une rouge, qu'on a droit de prendre pour l'octave de la premiere rouge. On pourra donc comparer la différence entre le rouge & le violet à peu près avec une septième dans la Musique, d'où l'on auroit $\varrho:\vartheta = 16:9$, ou $\vartheta = \frac{9}{16}\varrho$; & si la fréquence d'un rayon est exprimée par $\frac{1}{2}\varrho$, ou $\frac{1}{4}\varrho$, ou $\frac{1}{8}\varrho$, &c. il excitera dans nous le sens d'un rouge du second, ou troisième, ou quatrième ordre.

XVI.

Il ne reste donc dans la Théorie des rayons & de leur mouvemens par différens milieux transparens, qu'à connoitre la nature de la fonction $F:n$ *plus particulièrement, & alors on sera en état d'assigner la vitesse de chaque rayon par tous les milieux transparens.*

Tout ce que nous avons déterminé jusqu'ici, est nécessairement vray, & fondé sur des principes ou des expériences incontestables; car quoique j'y aye mêlé des idées de ma Théorie de la Lumiere, qui pourroit encore paroitre douteuse à quelques uns, on en peut entiè-

rement écarter ces idées, & se tenir uniquement aux élémens marqués par les lettres a & n, dont celui-là appartient au milieu, & celle-cy à la nature du rayon. Ainsi lorsqu'un rayon, dont la nature soit exprimée par la lettre n, passe d'un milieu A dans un milieu B, & que la qualité de celui-là soit marquée par a, & de celui-cy par b, il est certain, que le sinus d'incidence sera au sinus de réfraction comme

$$a^{1+F:n} \text{ à } b^{1+F:n}$$

& nous savons de plus, que a & b sont des nombres moindres que l'unité pour tous les milieux transparens, à l'exception de l'éther, auquel répond l'unité même. Mais les considérations tirées de la théorie fixent mieux nos idées, sans y porter les doutes, auxquels cette théorie pourroit encore être assujettie; & rien n'empêche que nous ne puissions regarder les quantités a & b comme les vitesses d'un battement solitaire par les milieux A & B, & n comme le nombre des vibrations renduës dans une seconde, qui constituent le rayon proposé. Or nous savons de plus que la fonction $F:n$ doit toujours avoir une valeur négative, & évanouïr au cas qu'on met $n = 0$. La plus simple valeur, & qui peut-être convient le mieux avec la simplicité de la nature, sera donc $F:n = -\alpha n$. Cependant on pourroit penser, que telle valeur $F:n = \alpha n^2$, ou telle $F:n = -\alpha \sqrt{n}$, eut plutôt lieu. Pour cet effet je m'en vais examiner les conséquences qui découlent de chacune de ces hypotheses, pour juger ensuite, laquelle répond le mieux aux expériences.

XVII.

Examinons d'abord la première hypothese, suivant laquelle la fonction $F:n$ *soit égale à* $-\alpha n$, *où* α *est un nombre constant; & on pourra déterminer la valeur absoluë de* αn *pour toutes les diverses especes de rayons.*

Posons ϱ pour le nombre des vibrations par seconde pour les rayons rouges du Soleil, & ϑ pour les violets;

&

& nous aurons :

$$F:\varrho = -\alpha\varrho \quad \& \quad F:\vartheta = -\alpha\vartheta,$$

d'où par l'article XII. nous tirons:

$$\frac{1+F:\vartheta}{1+F:\varrho} = \frac{1-\alpha\vartheta}{1-\alpha\varrho} = \tfrac{137}{133}, \quad \text{ou} \quad 137\alpha\varrho - 133\alpha\vartheta = 4.$$

Or nous ſavons qu'il y a à peu près $\vartheta = \frac{9}{16}\varrho$, ce qui donne

$$137\alpha\varrho - \tfrac{9}{16}\cdot 133\alpha\varrho = 4, \quad \text{ou} \quad \alpha\varrho = \tfrac{64}{995} = \tfrac{2}{31},$$

& partant $\alpha\vartheta = \frac{9}{16}\cdot\frac{2}{31} = \frac{9}{248} = \frac{2}{55}$.

Il eſt certain, que les nombres ϱ & ϑ ſont énormement grands, puisque la viteſſe vibratoire des moindres particules, qui excitent la lumiere, doit être extrèmement rapide, & incomparablement plus grande que celle qui produit les ſons les plus aigus. De là il ſemble que les nombres ϱ & ϑ ſurpaſſent bien 100000, ou même un million, quoique peut-être on ne puiſſe jamais parvenir à une connoisſance préciſe de ces nombres : or ſuppoſant $\varrho = 1000000$, puisque dans les rayons rouges du Soleil la fréquence des vibrations eſt la plus grande, le coëfficient numérique conſtant α ſera $= \frac{2}{31000000} = \frac{1}{15500000}$. Or, quoiqu'il en ſoit des valeurs abſoluës des nombres ϱ & ϑ, il ſuffit de connoitre les produits

$$\alpha\varrho = \tfrac{2}{31} \quad \& \quad \alpha\vartheta = \tfrac{2}{55}$$

comme les ſeuls nombres, qui entrent dans nos formules à l'égard des diverſes eſpeces des rayons. Donc, ſi les rayons ſe meuvent dans un milieu transparent A, où la viteſſe d'un battement ſolitaire ſeroit $= a$, la viteſſe de toutes-ſortes de rayons ſera à peu près.

Des Rayons solaires	Des Rayons du II. ordre	Des Rayons du III. ordre
Rouges $= a^{1-\frac{2}{31}}$	Rouges $= a^{1-\frac{1}{31}}$	Rouges $= a^{1-\frac{1}{62}}$
Oranges $= a^{1-\frac{2}{36}}$	Oranges $= a^{1-\frac{1}{36}}$	Oranges $= a^{1-\frac{1}{72}}$
Jaunes $= a^{1-\frac{2}{40}}$	Jaunes $= a^{1-\frac{1}{40}}$	Jaunes $= a^{1-\frac{1}{80}}$
Verds $= a^{1-\frac{2}{45}}$	Verds $= a^{1-\frac{1}{45}}$	Verds $= a^{1-\frac{1}{90}}$
Bleus $= a^{1-\frac{2}{50}}$	Bleus $= a^{1-\frac{1}{50}}$	Bleus $= a^{1-\frac{1}{100}}$
Violets $= a^{1-\frac{2}{55}}$	Violets $= a^{1-\frac{1}{55}}$	Violets $= a^{1-\frac{1}{110}}$

XVIII.

Dans cette hypotheſe F : n $= -\alpha$ n, *connoiſſant la raiſon de réfraction d'un milieu dans un autre, on pourra déterminer la viteſſe d'un battement ſolitaire par chaque milieu ; & de là la réfraction de toutes les eſpeces de rayons.*

Qu'on conſidére un milieu quelconque A, où la viteſſe d'un battement ſolitaire ſoit $= a$, la viteſſe des rayons dans l'éther étant exprimée par l'unité ; & nous venons de voir, que dans ce milieu la viteſſe des rayons rouges ſolaires eſt $= a^{1-\frac{2}{31}}$, & des violets $= a^{1-\frac{2}{55}}$; donc celle des rayons moyens ſera environ $= a^{1-\frac{1}{20}}$. Concevons maintenant qu'un tel rayon paſſe de l'éther dans ce milieu A, & que le ſinus d'incidence ſoit au ſinus de réfraction comme m à 1 ; & puisque la viteſſe de tous les rayons dans l'éther eſt $= 1$, nous aurons : $1 : a^{1-\frac{1}{20}} = m : 1$, & partant $a = \left(\frac{1}{m}\right)^{\frac{20}{19}}$

De là nous pourrons d'abord trouver la valeur de a pour l'air ordinaire, en poſant $m = \frac{3401}{3400}$, d'où nous tirons

pour l'air ordinaire $a = 0,999691$, & $la = 9,9998656$.

Pour

Pour les autres milieux nous pourrons concevoir, que les rayons y entrent de l'air au lieu de l'éther, & puisque pour le verre on a $m = 1,55$, nous aurons :

pour le verre $a = 0,630450$, & $la = 9,7996508$.

Or, lorsque les rayons moyens entrent de l'air dans l'eau, les expériences fur la réfraction donnent $m = \frac{4}{3}$, d'où nous tirons :

pour l'eau $a = 0,738730$, & $la = 9,8684856$.

Que les rayons entrent de l'air dans l'efprit de vin, & puisqu'on a $m = \frac{100}{73}$, on aura :

pour l'efprit de vin $a = 0,718008$, & $la = 9,8561294$.

Et fi la réfraction de l'air dans le diamant donne $m = \frac{5}{3}$, on aura :

pour le diamant $a = 0,584084$, & $la = 9,7664750$.

Sachant en forte pour chaque milieu transparent la valeur de a, on déterminera aifément la viteffe de chaque efpece des rayons dans tous ces milieux, & de là enfuite la loi de la réfraction.

XIX.

Dans la même hypothefe . F : n = – α n *on pourra affigner non feulement la réfraction, que toutes les efpeces des rayons folaires fouffrent en entrant de l'éther, ou de l'air, dans le verre, mais auffi celle, qui convient aux rayons des corps colorés, ou aux couleurs du fecond ordre & des fuivans.*

Je me borne ici à la réfraction qui fe fait de l'éther ou de l'air dans le verre, puisqu'il eft facile d'en déduire enfuite la réfraction dans tout autre milieu transparent. Donc, venant de trouver pour le verre la valeur de $a = 0,63045$, laquelle pour l'éther eft $= 1$, & pour l'air fi près de l'unité, qu'on peut négliger la différence. Ainfi dans le paffage des rayons de l'éther, ou de l'air, dans le verre le finus d'incidence fera au finus de réfraction

 pour

pour les rayons rouges solaires, comme 1 à $(0,63045)^{1-\frac{2}{31}}$

pour les rayons violets solaires, comme 1 à $(0,63045)^{1-\frac{2}{35}}$

d'où l'on trouve les mêmes raisons 1,54:1 & 1,56:1, que l'expérience nous a données à connoitre. Mais, puisque les expériences nous assûrent, qu'il y a encore des rayons, qui nous représentent les mêmes couleurs & qui sont aux solaires en raison sous-double, ou sous-quadruple, qu'il convient de nommer des couleurs du second & troisième ordre, il sera bon de déterminer la réfraction des rayons de ces différens ordres, pour voir combien cette hypothese est d'accord avec l'expérience. Il suffit de considérer les rayons rouges de chaque ordre, lesquels entrant de l'air dans le verre doivent suivant cette hypothese se rompre en sorte que le sinus d'incidence soit au sinus de réfraction, comme il suit

Pour les rayons rouges	La raison de réfraction est comme
Solaires ou du I. Ordre	$1 : (0,63045)^{1-\frac{2}{31}} = 1,53966 : 1$
Du second Ordre	$1 : (0,63045)^{1-\frac{1}{31}} = 1,56274 : 1$
Du troisième Ordre	$1 : (0,63045)^{1-\frac{1}{62}} = 1,57441 : 1$
Du quatrième Ordre	$1 : (0,63045)^{1-\frac{1}{124}} = 1,58028 : 1$

Et s'il y avoit une telle couleur, où la fréquence des vibrations fût plus petite, & même évanouïssante, le sinus d'incidence seroit au sinus de réfraction de l'air dans le verre, comme 1 à 0,63045, ou bien comme 1,58617 à 1. Ce sera donc à l'expérience à decider, s'il y a de telles couleurs rouges, dont les rayons souffrissent une plus grande réfraction que les violets solaires; & si leur réfraction est d'accord avec ces nombres, que l'hypothese $F : n = -\alpha n$ nous a fournis.

XX.

XX.

Mais si cette hypothese $F : n = -\alpha n^2$ *avoit lieu dans la nature, on trouveroit d'autres valeurs, tant pour les diverses especes des rayons, que pour la vitesse d'un battement solitaire dans chaque milieu transparent.*

Dans cette hypothese, en posant ϱ pour le nombre des vibrations rendues par seconde pour les rayons rouges du Soleil, & ϖ pour les violets, on aura :

$$\frac{1 + F:\varpi}{1 + F:\varrho} = \frac{1 - \alpha\varpi\varpi}{1 - \alpha\varrho\varrho} = \tfrac{137}{133}, \text{ ou } 137\alpha\varrho\varrho - 133\alpha\varpi\varpi = 4.$$

Donc, puisque $\varpi = \frac{9}{16}\varrho$, il s'ensuit : $94,918\alpha\varrho\varrho = 4$,

& partant $\alpha\varrho\varrho = \frac{4}{95}$, & $\alpha\varpi\varpi = \frac{12}{917}$, à peu près.

Concevons un milieu A, où la vitesse d'un battement solitaire seroit $= a$, & dans ce milieu la vitesse sera

des rayons solaires rouges $= a^{1-\frac{4}{95}}$

des rayons solaires violets $= a^{1-\frac{12}{917}}$.

Donc, si les rayons entrent dans ce milieu de l'éther, ou bien de l'air, le sinus d'incidence sera au sinus de réfraction

pour les rayons rouges comme 1 à $a^{1-\frac{4}{95}}$

pour les rayons violets comme 1 à $a^{1-\frac{12}{917}}$.

Prenons le verre pour ce milieu A, & nous aurons :

$$1 : a^{1-\frac{4}{95}} = 1,54 : 1, \quad \text{ou} \quad \frac{1}{a} = (1,54)^{\frac{95}{91}}$$

d'où la vitesse d'un battement solitaire dans le verre sera :

$$a = 0,637142, \text{ ou } \frac{1}{a} = 1,56951, \ \& \ la = 9,8042366.$$

Et partant les rayons rouges tant du premier ordre, ou les solaires, que du second ordre & des suivans, souffriront en entrant de l'air dans le verre les réfractions suivantes:

Pour

Pour les rayons rouges	Le finus d'incidence eft au finus de réfraction comme
Solaires, ou du I. Ordre	$(1,56951)^{1-\frac{4}{95}} : 1 = 1,54000 : 1$
Du fecond Ordre	$(1,56951)^{1-\frac{1}{95}} : 1 = 1,56208 : 1$
Du troifième Ordre	$(1,56951)^{1-\frac{1}{380}} : 1 = 1,56765 : 1$
Du quatrième Ordre	$(1,56951)^{1-\frac{1}{1520}} : 1 = 1,56904 : 1$

Dans cette hypothefe donc, la réfraction des rayons des ordres fuivans différe moins de celle du premier que dans la premiere hypothefe.

XXI.

Confidérons enfin cette hypothefe $F : n = -\alpha\sqrt{n}$, *qui donnera la réfraction des ordres fuivans plus grande que celle des rayons du premier ordre, & l'expérience décidera laquelle de ces trois hypothefes approche le plus de la vérité.*

Ayant donc pour cette hypothefe :

$$\frac{1+F:\vartheta}{1+F:\rho} = \frac{1-\alpha\sqrt{\vartheta}}{1-\alpha\sqrt{\rho}} = \tfrac{137}{133}, \text{ ou } 137\alpha\sqrt{\rho} - 133\alpha\sqrt{\vartheta} = 4,$$

puisque $\vartheta = \frac{9}{16}\rho$, & partant $\sqrt{\vartheta} = \frac{3}{4}\sqrt{\rho}$, nous aurons :

$$149\alpha\sqrt{\rho} = 16, \quad \text{donc} \quad \alpha\sqrt{\rho} = \tfrac{16}{149}, \quad \& \quad \alpha\sqrt{\vartheta} = \tfrac{12}{149}.$$

Soit maintenant dans un milieu A la viteffe d'un battement folitaire $= a$, & dans ce même milieu la viteffe

des rayons folaires rouges fera $= a^{1-\frac{16}{149}}$

& des rayons violets . . . . $= a^{1-\frac{12}{149}}$.

Donc, fi les rayons entrent dans ce milieu de l'éther, le finus d'incidence fera au finus de réfraction

pour les rayons rouges comme $1 : a^{1-\frac{16}{149}}$

pour le violets comme $1 : a^{1-\frac{12}{149}}$.

Que

Que le verre tienne lieu de ce milieu A, & ayant

$$1 : a^{1-\frac{16}{149}} = 1,54 : 1, \quad \text{ou} \quad \frac{1}{a} = (1,54)^{\frac{149}{133}},$$

on obtiendra la viteſſe d'un battement ſolitaire dans le verre,

$$a = 0,616482, \ \& \ \frac{1}{a} = 1,62211, \ \& \ la = 9,7899204.$$

Les rayons rouges donc, tant les ſolaires ou du premier ordre, que des ordres ſuivans ſouffriront en entrant de l'air dans le verre les réfractions ſuivantes :

Pour les rayons rouges	Le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction comme
Solaires ou du I. Ordre	$(1,62211)^{1-\frac{16}{149}} : 1 = 1,54000 : 1$
Du ſecond Ordre	$(1,62211)^{1-\frac{8\sqrt{2}}{149}} : 1 = 1,56361 : 1$
Du troiſième Ordre	$(1,62211)^{1-\frac{8}{149}} : 1 = 1,58052 : 1$
Du quatrième Ordre	$(1,62211)^{1-\frac{4\sqrt{2}}{149}} : 1 = 1,59259 : 1.$

Dans cette hypotheſe donc, la réfraction des ordres ſuivans différe plus de celle du premier ordre que dans la premiere hypotheſe. Et la plus grande réfraction poſſible, ou d'un battement ſolitaire, eſt dans cette troiſième hypotheſe comme 1,62211 à 1; or dans la ſeconde comme 1,56951 : 1, & dans la premiere comme 1,58617 : 1.

XXII.

Pour établir donc une théorie complette du mouvement de la lumiere & de la réfraction, il ne reſte qu'à décider par l'expérience, laquelle des trois hypotheſes expoſées eſt le plus d'accord avec la vérité?

Le ſeul raiſonnement, fondé ſur quelques expériences indubitables, nous a conduit à la découverte de la formule, qui exprime la viteſſe de toutes les eſpeces poſſibles des rayons dans chaque milieu transparent : & il eſt certain, que ſi la viteſſe d'un battement ſolitaire dans quel-

quelque milieu A eſt $= a$, & que n marque le nombre des vibrations renduës dans une ſeconde, qui conſtituent un certain rayon; la viteſſe de ce rayon dans le milieu A ſera exprimée en ſorte: $a^{1-an^{\lambda}}$; puisque des fonctions plus compliquées de n ne ſauroient avoir lieu. Ici tout revient à la connoiſſance de l'expoſant λ, qui eſt certainement poſitif, & que j'ai ſuppoſé dans la premiere hypotheſe $= 1$, dans la ſeconde $= 2$, & dans la troiſième $= \frac{1}{2}$; afin que par des expériences on puiſſe décider ſi l'expoſant λ eſt plus grand ou plus petit que l'unité. Pour cet effet il ſera bon de choiſir des couleurs, que je rapporte ici à des ordres ſupérieurs par rapport aux rayons ſolaires, & qui ſouffrent une réfraction plus grande que ceux-cy. Cependant j'avoüe, que quoiqu'on trouve de telles couleurs, il ſera difficile de connoitre à quel ordre elles appartiendroient: mais il ſemble que le meilleurs expédient ſeroit de ſe ſervir des couleurs, qu'on découvre ſur une lame inégalement mince, puisque dans la répétition des mêmes couleurs on eſt aſſcuré, lesquelles ſe ſuivent immédiatement, ou qui différent entr'elles d'une ſeule octave. Car ſi l'on pouvoit exactement déterminer la réfraction de chacune de ces couleurs, en les comparant tant enſemble qu'avec les rayons ſolaires; il ne ſeroit pas difficile de marquer les ordres, auxquels chacune appartiendroit, & d'en conclure la véritable valeur de l'expoſant λ. Peut être même trouvera-t-on des couleurs encore plus hautes que les ſolaires, ou qui ſouffriſſent une moindre réfraction, ce qui ne ſemble pas pourtant probable. Cependant quoiqu'il en ſoit, ces réflexions ouvriront une nouvelle carrière pour faire des expériences importantes ſur la lumiere.

